इकाई 6 बीजीय व्यंजक

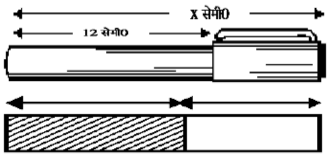
- **व्यंजक की अवधारणा**
- **व्यंजकों के पद, पदों के गुणनखण्ड एवं गुणांक**
- **सजातीय और विजातीय पद**
- **व्यंजको की डिग्री**
- **एक, दो एवं त्रिपदीय व्यंजकों की अवधारणा**
- **बीजीय व्यंजकों का जोड़ एवं घटाना**
- **बीजीय ब्यंजकों का मान ज्ञात करना**
- **कोष्ठकों का प्रयोग**

6.1 भूमिका

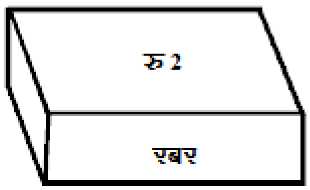
पिछली इकाई में हमने देखा कि बीजगणित में अज्ञात संख्याओं के स्थान पर अक्षरों का प्रयोग किया जाता है। इन्हें अक्षर संख्या या बीज कहते है। अक्षर संख्याओं पर संख्याओं की भांति ही मूल संक्रियाएं भी की जाती है, साथ ही ये (अक्षर) संख्याएं संक्रियाओं के प्रगुणों का भी पालन करती हैं। संख्याओं की भांति अक्षर संख्याओं के गुणा को उनके घातांकीय रूप में व्यक्त किया जा सकता है। हमने चर एवं अचर संख्याओं का भेद करना भी समझ लिया है। अब इस इकाई में हम आंकिक संख्याओं और अक्षर संख्याओं पर योग, व्यवकलन, गुणन और विभाजन की संक्रियाएं कर बीजगणितीय व्यंजकों (संक्षेप में बीजीय व्यंजकों) को बनाना सीखेंगे तथा बीजीय व्यंजकों के पद, उनके गुणांक, सजातीय एवं विजातीय पद, एकपदीय, द्विपदीय एवं त्रिपदीय व्यंजक, बीजीय व्यंजकों के मान, बीजीय व्यंजकों का जोड़-घटाना और कोष्ठकों के प्रयोग के विषय में पढ़ेंगे।

6.2 व्यंजक की अवधारणा

पिछले अध्याय में हम चर एवं अचर तथा इनके संयोजन से बनने वाले सरल व्यंजक, जैस x+5,y-7,4x+3,7y-5 इत्यदि से परिचित हो चुके हैं। आइए हम जाने कि ये व्यंजक किस प्रकार बनते हैं।



x सेमी

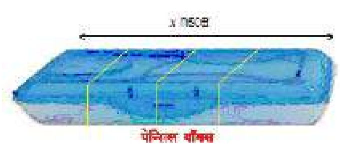


1.व्यंजक x+ 5 का x और 5 के योग से प्राप्त किया गया है।
छड़ की लम्बाई= x+5सेमी

2. व्यंजक x-12 को x से 12 को घटाने से प्राप्त किया गया है। कलम केढक्कन की लम्बाई= x-12सेमी

3.एक रबर का मूल्य रु 2 है,तों ◌े रबर का मूल्य रु 2 और x के गुणा से प्राप्त रु2 `x होगा।

4. व्यंजक $\frac{x}{4}$ ‡को x में 4 से भाग देकर प्राप्त किया गया है।



बाक्स के प्रत्येक समान भाग की लम्बाई= $\frac{x}{4}$ सेमी

प्रयास कीजिए

बताइए कि निम्नांकित व्यंजक किस प्रकार प्राप्त किये जाते हैं :

(1) xऔर 7 का योगफल,

(2) xको 5 से गुणा करने पर गुणनफल

(3) a और b के योग का 3 गुना

(4) a का 4 गुना और b का योगफल।

कोई चर या अचर संख्या या इनका समूह मौलिक गणितीय संक्रियाएँआें के चिह्नों से युक्त होने पर बीजीय व्यंजक कहलाता है।

6.3 व्यंजकों के पद

1. $5x^2+7xy-1$ एक व्यंजक है जिसमें x तथा y चर हैं तथा 5, 7, -1 अचर हैं। यह $5x^2$, $7xy$ तथा -1 के योग से बना है जहाँव्यंजक $5x^2= 5\times x\times x$ तथा $7xy=7\times x\times y$

2. $5p^2q-4pq^2+7$ एक व्यंजक है जिसमें p और q चर हैं तथा 5, -4 और 7 अचर हैं। यह व्यंजक $5p^2q,-4pq^2$ तथा 7 के योग से बना है जहा $5p^2q=5\times p\times p\times q$ तथा $-4pq^2=-4\times p\times q\times q$

यहाँहम देखते हैं कि उपर्युक्त व्यंजक क्रमश:व्यंजकों $5x^2,7xy,-1$ तथा $5p^2q,-4pq^2,7$ के योगफल से बने हैं। ये व्यंजकों के खंड हैं जिन्हें मूल व्यंजक के पद कहते हैं।

किसी आंकिक संख्या या अक्षर संख्या या इनके गुणनफल या भागफल को पद कहते हैं।

प्रयास कीजिए :

निम्नांकित व्यंजकों में पदों को छाँटिए :

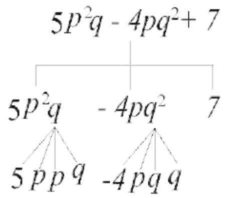
$2x^2+3xy$, $3x^2y+5y-z$ और $5x^2y-4xy^2+3$

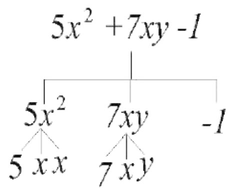
एक पद के गुणनखंड

हम पढ़ चुके हैं कि $5x^2+7xy-1$ के मूल पद $5x^2$, $7xy$ और -1 हैं। पद $5x^2$; 5,x और x का गुणनफल है या 5,x और x पद $5x^2$ के गुणनखंड हैं। प्रत्येक पद अपने गुणनखंडों का गुणनफल होता है। पद $7xy$; 7,x और y का गुणनफल है और पद -1 अचर है। हम एक व्यंजक के पदों को तथा पदों के गुणनखंडों को एक व्यंजक पेड़ आरेख (Tree diagram) द्वारा आकर्षक रूप में निरूपित कर सकते हैं।

यहाँव्यजंक$5p^2q-4pq^2+7$ और व्यंजक$5x^2+7xy-1$ को पेड़ आरेख द्वारा दर्शाया गया है :

पेड़ आरेख





प्रयास कीजिए :

1. व्यंजकों ax^2+bx+cऔर $ax^2+2hxy+by2$के पद लिखिए तथा इनके वृक्ष आरेख खीचिए।

2. तीन व्यंजक लिखिए जिनमेंसे प्रत्येक में चार पद हों।

6.4 पद के गुणांक

हम जान चुके हैं कि पद को गुणनखंडों के गुणनफल के रूप में लिखते हैं। इसमें से एक गुणनखंड संख्यात्मक (numerical) हो सकता है तथा अन्य बीजीय (algebraic) हो सकते हैं। इस संख्यात्मक गुणनखंड को पद का संख्यात्मक गुणांक(numerical coefficient) या केवल गुणांक कहते हैं। इसे शेष बीजीय पद का गुणांक भी कहते हैं। इस प्रकार $5xy$में xyका गुणांक 5 है। पद $7xyz$ में xyz का गुणांक 7 है तथा$-8xy^2$में xy^2का गुणांक -8 है। विशेष घ्यान देना है कि गुणांक +1 होने पर लिखते समय (+1) छोड़ दिया जाता है। और (-1) को केवल (-)से दर्शाया जाता है। इस प्रकार$+1x$ को xऔर$-1x$ को $-x$लिखते हैं।

कभी कभी गुणांक का प्रयोग व्यापक रूप में किया जाता है। उदाहरणार्थ पद में का गुणांक 5 है,का गुणांक है तथा का गुणांक है। पद में का गुणांक 10 है।का गुणांक है तथा का गुणांक है। इसे शेष गुणनखंडों के गुणनफल का गुणांक कहा जाता है।

प्रयास कीजिए

व्यंजक $6x^2+9xy+10y^2$ और p^2+pq-q^2 के पदों में संख्यात्मक गुणांक लिखिए।

अभ्यास 6 (a)

निम्नलिखित व्यंजकों के पदों को लिखिए

1 .$5x+6$ **2.**$a^2-3ab-4$ **3.** $4ax+6$

4. x^2-3x-7 **5.**$5a-b$ **6.**xy^2

7. xyz में xyz का गुणांक ...... है **8.**$-3y^2$ में y^2 का गुणांक ...... है

9. $\frac{-2}{3}y^2$ में $\frac{-2}{3}$ ..... का गुणांक है

10. निम्नांकित कथन सत्य हैं या असत्य ?

(i) $8x^2y$ में $8x^2y$ का गुणांक 8 है **(ii)** $\frac{1}{6}xyz^2$ में xyz^2 का गुणांक 1 है।

6.5 समान (सजातीय) (like terms) तथा असमान (विजातीय) (unlike terms) पद

व्यंजक $2x-3x+5xy-4$ में पद $2xy$ और $5xy$ को देखिए। $2xy$ के गुणनखंड $2, x$ और y तथा $5xy$ के गुणनखंड 5, x और हैं। इस प्रकार इनके बीजीय (चर) गुणनखंड एक समान हैं इसलिए ये समान (सजातीय) पद हैं। अत: एक ही व्यंजक में सजातीय पद होने पर सजातीय पदों को जोड़कर सरल किया जा सकता है।

जिन पदों के बीजीय गुणनखंड आपस में समान होते हैं, उन्हें सजातीय पद या समान पद (like terms) कहते हैं, जबकि उनके संख्यात्मक गुणांक अलग-अलग हो सकते हैं।

पुन: में पद और में भिन्न - भिन्न बीजीय गुणनखंड हैं। इसलिए ये असमान (विजातीय) पद हैं। इसी प्रकार पदऔर 4 तथा एवं 4 भी असमान पद हैं।

जिन पदों के बीजीय गुणांक आपस में समान नहीं होते हैं, उन्हें विजातीय पद या असमान पद (unlike terms) कहते हैं।

क्रियाकलाप:

शिक्षक फ़्लैश कार्ड पर विभिन्न प्रकार के चर और अचर राशियाँ लिखकर लायेंगे तथा बच्चों से समान प्रकार के चर-अचर को छांटने को कहेगा एवं सजातीय और विजातीय पदों में अंतर स्पष्ट करेंगे और व्यंजकों में पदों की गणना करने के लिए प्रोत्साहित करेंगे |

प्रयास कीजिए

निम्नलिखित पदों में सजातीय एवं विजातीय पदों को विभक्त कीजिये :

10x, -8y, 5, 6xy, -12, x^2, 5y, -11xy, -9x, 1, x, y, xy

उदाहरण : निम्नलिखित युग्मों में समान पद और असमान पद वाले युग्मों को छाँटिए

(i) 6x,7y **(ii)**13x,-7x **(iii)**-5ab,7ab

(iv) 3x,6xy **(v)**$6pq^2,7p^2q$ **(vi)**$7pq^2,-4py^2$

(vii)mn^2,9mn **(viii)** -p,10p

हल :(i) दोनों के चर भिन्न हैं, इसलिए यह युग्म परस्पर असमान है।

(ii) दोनों के चर समान हैं इसलिए यह युग्म समान है।

(iii) -5ab,7abदोनों के चर समान हैं क्योंकिab=ba इसलिए यह युग्म समान है।

(iv) 3x,6xy दोनों के चर भिन्न हैं इसलिए यह युग्म परस्पर असमान हंõ।

(v) $6pq^2,7p^2q$ दोनों के बीजीय भिन्न हैं, इसलिए यह युग्म परस्पर असमान हैं।

(vi) दोनों के बीजीय समान है। इसलिए यह युग्म समान हैं।

(vii) में दोनों के बीजीय भिन्न हैं।इसलिए यह युग्म परस्पर असमान है।

(viii)दोनों के चर समान है। इसलिए यह युग्म परस्पर समान है।

ध्यान दें

समान पद और असमान पद को जानने के लिए गुणांकों परध्यान न देकर केवल पद के बीजीय भाग परध्यान केन्द्रित करते है।

अभ्यास 6(b)

1. निम्नलिखित में सजातीय पद छाँटिए।

(i) $6x^2y,-6xyz,8x^2y,-7xyz$

(ii) $-3pq,-5pq^2,4q^2p,9qp$

2. निम्नलिखित में सजातीय युग्मों पर सही (√) लगाइए।

(i)5x, -3x

(ii) 3ab , $7a^2$

(iii)b^2ac, ab^2c

(iv)a^2bc, ab^2c

6.6 व्यंजकों की डिग्री

किसी भी व्यंजक की डिग्री एक ऋणेत्तर पूर्णांक (non negative integer) होती है। साथ ही साथ व्यंजक की डिग्री उस व्यंजक में प्रयुक्त चर की उच्चतम घात होती है। अर्थात् व्यंजक में पदों की भी डिग्री होती है। जैसे $3x^2 + 5x + 1$१ में व्यंजक की डिग्री 2 है, जबकि पदों $3x^2$, 5x तथा 1 की डिग्री क्रमशः 2, 1 तथा 0 है।

6.7 एक पदी, द्विपद, त्रिपद और बहुपद

हमने व्यंजक के पदों के सम्बन्ध में प ढ़ लिया है, वह बीजीय व्यंजक जिसमें केवल एक पद हो, एक पदी (Monomial) व्यंजक कहलाता है, जैसे इत्यदि। एक व्यंजक जिसमें केवल दो पद हों और वे असमान पद हों, द्विपद कहलाता हैं। उदाहरणार्थ 3x+2m, m-5, xy+4z, a^2-b^2 द्विपद हैं।घ्यान रहे 9pq व्यंजक द्विपद नहीं है, यह एक पदी है। व्यंजक $x^3+2hxy+y^2$ में तीन असमान पद हैं, इसलिए इसे त्रिपद (Trinomial) कहते हैं।

व्यापक रूप में दो या दो से अधिक पद वाले व्यंजक को बहुपदीय व्यंजक (Polynomial) कहते हैं।

प्रयास कीजिए

निम्नांकित व्यंजकों को एक पदी, द्विपद और त्रिपद के रूप में व र्गीकृत कीजिए:

xyz, x+y+z, $5p^2+6pq+7$, 5x, x^2-y^2, a+b, -x

3z, 4mn+3, a+5b-c, mn-5, $x^2+xy+3y^2$, 7+6pq

अभ्यास 6 (c)

1. निम्नलिखित व्यंजकों में पदों की संख्या बताइए :

(i)$13x$ (ii)$x+y$ (iii)ax^2-bx+c (iv)$3x-5z$

2.निम्नांकित में सत्य कथन बताइए :

(i) $5x^2yz$ द्विपद व्यंजक है, (ii) $x^2-8x+10$ द्विपद व्यंजक है

(iii) $2x^2+7xy$ द्विपद व्यंजक है, (iv) ax^2+bx-c द्विपद व्यंजक हैõ,

3. निम्नांकित में एकपदीय,द्विपदीय एवं त्रिपदीय व्यंजक बताइए :

(i) $3xy+7$ (ii) $15x^3$

(iii) $2x^2+7x-3$ (iv) $3x^2-10xy$

(v) px^2+qx-r

4. $x^2y-7xy+10$पदों की संख्या की दृष्टि से कैसा व्यंजक है ?

5. नसरीन के पास xआम हैं। उसने $2y$ आम अपनी बहन एबीना को दे दिया। ज्ञात कीजिए:

(i) नसरीन के पास कितने आम शेष रहे ?

(ii) शेष आमों की संख्या में कितने पद हैं ?

(iii) पदों की संख्या की दृष्टि से इसे किस प्रकार का व्यंजक कहेंगे ?

6.8 बीजीय व्यंजकों का जोड़ एवं घटाना :

आइए इसे समझने के लिए कुछ समस्याआें पर विचार करें।

1. डेविड, शालू और सलीम साथ साथ खेलते हैं, खेल खेल में डेविड शालू से कहता है कि तुम्हारे पास सलीम से 12 गोलियाँ अधिक हैं और मेरे पास तुम दोनों की गोलियों से 5 गोलियाँ अधिक हैं। डेविड के गोलियों की संख्या कैसे ज्ञात करेगें ?

- चूँकि यहाँ सलीम के पास गोलियों की संख्या ज्ञात नहीं है, इसलिए हम यहाँसलीम की गोलियों की संख्या x मान लेते हैं, अब शालू के पास सलीम से 12 गोलियाँ अधिक हैं, इसलिए शालू के गोलियों की संख्या x+12 होगी, पुन: डेविड के पास दोनों की गोलियों के योग [x+(x+12)]से 5 अधिक हैं।

इसलिए डेविड की गोलियों की संख्या = x+x+12+5=2x+17

2. राहुल के पिता की वर्तमान आयु राहुल की आयु की चार गुनी है। उसके चाचा की आयु उसके पिता की आयु और उसकी आयु के योग से 6 वर्ष कम है। आप राहुल के चाचा की आयु किस प्रकार ज्ञात करेंगे?

- चूकि राहुल की आयु ज्ञात नहीं है, इसलिए मान लें कि राहुल की वर्तमान आयु y वर्ष है । अब उसके पिता की आयु 4y है। अब राहुल के चाचा की उम्र ज्ञात करने के लिए राहुल और उसके पिता की आयु का योग (y + 4y) ज्ञात कर उसमें6 वर्ष कम कर (घटा) देते हैं।

इसलिए राहुल के चाचा की आयु= y + 4y - 6 = 5y - 6 वर्ष

इसप्रकार हम देखते है कि हमारे दैनिक जीवन में अनेक ऐसी स्थितियाँ हमारे सामने आती हैं, जहाँव्यंजकों का प्रयोग कर उन पर अंकगणित की संक्रियाएँ करनी पड़ती है।

प्रयास कीजिए

दो स्थितियों को लिखिए जिनमें से दो बीजीय व्यंजकों को बनाने की आवश्यकता पड़े तथा उन्हें जोड़ना या घटाना पड़े।

6.8.1 समान पदों को जोड़ना या घटाना

हम लोगों ने इस अध्याय में समान पदों की पहचान करना सीख लिया है। अब हम यहाँपर समान पदों का जोड़ना और घटाना सीखेंगे।

आइए 5x,7x को जोड़ें। हम जानते हैं कि xएक बीजीय संख्या है। इसलिए 5x और 7x समानपदीय संख्याएं हैं |

$\therefore\ 5x+7x=(5+7)\ x=12\ x$

इसी प्रकार 6xy,7xyऔरxy को जोड़ें।

$6xy+7xy+xy=(7+6+1)xy=14xy$

- 10mnमें से5mn को घटाएँ।

  $10mn-5mn=(10-5)mn=5mn$

- $7pq^2$में से $3pq^2$घटाएँ।

  $7pq^2-3pq^2=(7-3)pq^2=4pq^2$

इस प्रकार, दो या अधिक समान पदों का योग एक समान पद होता है, जिसका संख्यात्मक गुणांक सभी समान पदों के गुणांकों के योग के बराबर होता है।
अब हमलोग समान बीजीय पदों को जोड़ने और घटाने की प्रक्रिया से परिचित हो चुके हैं। आइए कुछ उदाहरणों द्वारा व्यापक बीजीय व्यंजकों को जोड़ने की प्रक्रिया को जानें।

- 3a+7और8a-5 को जोड़िए।

  योग =3a+7+8a-5

  यहाँ $3x$ और 8aसमान पद हैं इसी प्रकार 7 और -5 समान पद हैं ।

  $=3a+8a+7+(-5)$
  $=(3+8)a+7-5$
  $=11a+2$

  अत:3a+7+8a-5 $=11a+2$

- $3x^2+5xy+7y$ **और** $2xy-5y$ **को जोड़िए।**

  योग = $3x^2 + 5xy + 7y + 2xy - 5y$

  = $3x^2 + 5xy + 2xy + 7y - 5y$ *(पदों को व्यवस्थित करने पर)*

  = $3x^2 + (5 + 2)xy + (7 - 5)y$ समान पदों को साथ लेते हैं तथा असमान पद को यथावत रखते है

  = $3x^2 + 7xy + 2y$

- $4x-y+5z$ में से $x-y$ को घटाइए।

  अन्तर= $4x-y+5z-(x-y)$
  $= 4x-y+5z-x+y$
  $= (4-1)x+(-1+1)y+5z$
  $= 3x+0y+5z$
  $= 3x+5z$

उदाहरण 1: व्यंजक $5x^2+7xy+8z+3xy-7x^2-2xy-6z-10$ को सरल कीजिए।

$5x^2+7xy+8z+3xy-7x^2-2xy-6z-10$

$=(5-7)x^2+(7+3-2)xy+(8-6)z-10$ (समान पदों को व्यवस्थित करने पर)

$=-2x^2+8xy+2z-10$

प्रयास कीजिए

जोड़िए और घटाइए

(i) $p-2q$, $p+q$

(ii) $3pq+5p-2$, $pq-4$

अभ्यास 6(d)

1. बीजीय व्यंजकों को जोड़िए।

(i) $8a-2b$ तथा $2a+2b$ (ii) $7a-4b, 5a+2b$ तथा $-2a-3b$

(iii) $19x^2-5y^2, 3x^2+5y^2$ तथा $-2a-3b$ (iv) $2x^2-y2, x^2+3y^2$ तथा x^2-y^2

2. निम्नांकित में पहले बीजीय व्यंजक में से दूसरे बीजीय व्यंजक को घटाइए:

(i) $2xy-2y^2+3x^2+5y^2$ में से $xy+3xz-y^2$ को

(ii) $4x-3y+7z$ में से $-2x-3y+7z$ को

(iii) a^2-3b^2+7ab में से $-a^2-3b^2+7ab$ को

3. निम्नांकित प्रश्नों के उत्तर के सही विकल्प लिखिए।

(a) $x-y+2x-4y$ का मान होगा।

(i) $3x-4y$ (ii) $3x-5y$ (iii) $3x+5y+z$ (iv) $3x+3y$

(b) $2x+y-z-(3x+y-2z)$का मान होगा।

(i) $2x+y-z$ (ii) $x+2y+3z$ (iii) $-x+z$ (iv)$x-2z$

4. 1 में से-$3x+2y-4z$ को घटाइए।

5. a-bमें क्या जोड़ा कि 2a+bयोगफल हो जाए?

6. 2x+y,x-2yसे कितना अधिक है?

7. किसी गाँव में पुरुषों की संख्या$6xy+5y^2-8z$ है, महिलाओं की संख्या$2x+yx-2y$ है। बताइये पुरुषों की संख्या महिलाओं की संख्या से कितनी अधिक है?

8. डेविड प्रतिमाह $(4x2+7y-2xy)$ ोजन पर, रू$(-2x^2+4x+5xy)$ शिक्षा पर तथा रु$(x^2-3xy$ किराये पर खर्च करता है। यदि उसकी मसिक आय $(-5x^2+4x+5xy)$ हो तो ज्ञात कीजिए:

(i) डेविड का मसिक खर्च (ii) डेविड की मसिक बचत

6.9. बीजीय व्यंजकों के मान ज्ञात करना

हम जानते हैं कि बीजीय व्यंजक का मान, व्यंजक को बनाने वाले चरों के मान पर निर्भर करता है। अनेक स्थितियों में व्यंजकों के मान को ज्ञात करने की आवश्यकता होगी।

जब हम गणित या ज्यमिति में सूत्रों का प्रयोग करते हैं तो हमें व्यंजकों के मान ज्ञात करने की आवश्यकता पड़ती है। उदाहरणार्थ l सेमी भुजा वाले वर्ग का क्षेत्रफल l^2वर्ग सेमी होता है। यदि l=10सेमी है तो वर्ग का क्षेत्रफल $10^2 =100$ वर्ग सेमी है। आइए हम कुछ और उदाहरणों से समझें।

उदाहरण 2- निम्नांकित व्यंजकों के मान x=3के लिए ज्ञात कीजिए।

(i) $x-5$ (ii) $7x-5$ (iii)$17-x^2$ (iv) $35-2x^3$

हल : (i) x-5में x=3रखने पर

मान = 3-5=-2-2

(ii) 7x-5 में x=3रखने पर

मान = 7 þ 3 - 5 = 21- 5 = 16

(iii) $17--x^2$में x= 3रखने पर

मान = 17 - (3 þ 3) = 17- 9 =8

(iv) $35- 2x^3$में = 3 रखने पर

मान = 35- 2 þ 3^3= 35- 2þ 3þ 3þ 3

= 35-54 = -19

उदारहण 3 :(i)$5a^2+4a-2$और (ii) a^3+4a^2+3a-7का मान ज्ञात कीजिए यदि a=-2

(i) $5a^2+4a-2$ में a= -2 रखने पर

मान=

$$5(-2)^2+4(-2)-2$$
$$=20-8-2$$
$$=10$$

(ii) a^3+4a^2+3a-7 में a=-2रखने पर

$$(-2)^3+4(-2)^2+3(-2)-7$$
$$=-8+16-6-7$$
$$=16-21=-5$$

अभ्यास 6(e)

1. निम्नांकित के मान ज्ञात कीजिए, यदि x=7,y=3

(i)x+y

(ii)2x-y

(iii)3xy

(iv)$2x^2$

(v)$5x^3y$

2.सही विकल्प छाँटिए ।

(a) यदि l = 3 तो $(2l)^3$ का मान है।

(i) 27 (ii) 216 (iii) 32 (iv) 81

(b) यदिx=2,y=1 तो $(5xy)^2$का मान है

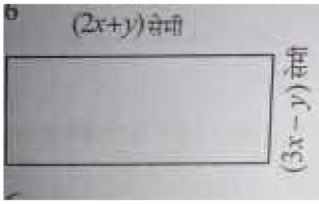
(i)100 (ii) 10 (iii) 50 (iv) 150

(c) यदिx=3,y=1,z=2 तो $(x+y+z)^2$का मान है

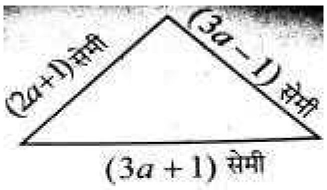
(i) 48 (ii) 24 (iii) 36 (iv) 6

3. यदिx=4,y=3तो

पार्श्व चित्र में आयत की भुजायें ज्ञात कीजिए।



4. यदि a=4तो



पार्श्व चित्र में त्रिभुज की भुजायें ज्ञात कीजिए।è

5. यदिy=-1 तो बीजीय व्यंजक $2y^2+3y^2+y-3$ का मान ज्ञात कीजिये।

6.यदिa=-2,b=2 तथा c=1तो बीजीय व्यंजक $4a^3-2abc+3bc+b^2$का मान ज्ञात कीजिये।

7. यदि a=3तथा b=2तो निम्नांकित को सत्य पित कीजिये :

(i)$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$

(ii)$(a-b)=a^2-2ab+b^2$

(iii) $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$

6.10 कोष्ठकों (Brackets) का प्रयोग

हमने व्यंजकों का अध्ययन करते समय देखा कि किसी परिस्थिति या कथन को बीजीय व्यंजक के रूप में किस प्रकार लिखते हैं। जब किसी कथन में कई घटना क्रम मिलकर एक संयुक्त घटना बनाते हैं तो इस प्रकार के प्रत्येक कथन को एक दूसरे से जोड़ने के लिए आवश्यकतानुसार विभिन्न प्रकार के कोष्ठकों का प्रयोग किया जाता है। आइए हम इसे उदाहरण के द्वारा समझें।

माना निखिल के पास 2xआम हैं उसने उसमें से 3yआम अपनी बहन को दे दिया। इसके बाद शेष बचे आमों का आधा करके 30 निकाल लिया। निकालने के बाद शेष का तिगुना करके पुन: 3xजोड़ दिया, जोड़ने के बाद प्राप्त आमों की संख्या में y से गुणा

कर दिया। आइए हम इस कथन को बीजीय व्यंजक के रूप में अलग अलग घटना क्रम के अनुसार किस प्रकार संयुक्त करके लिख सकते हैं, देखें :

निखिल के पास आमों की संख्या = 2x

उसके बहन के पास आमों की संख्या = 3y

शेष आम = 2x - 3y

शेष आम का आधा = $\frac{1}{2}(2x-3y)$ यहाँ पर 2x-3y का संयुक्त आधा दिखाने के लिए '( )' चिह्न का प्रयोग करना पड़ा। इसे छोटा कोष्ठक (Parentheses or Round Bracket) कहते हैं।

शेष में से 30 आम निकालने पर = $\frac{1}{2}(2x-3y)$-30

इसका 3गुना करके इस कथन को 3{ $\frac{1}{2}(2x-3y)$-30} द्वारा प्रदर्शित करेंगे। यहाँ{} चिह्न को मझला कोष्ठक (Braces or Curly Bracket) कहते हैं

पुन: उपरोक्त व्यंजक में3x जोड़ने पर लिखेंगे 3x+ 3{ $\frac{1}{2}(2x-3y)$-30}

अन्तत: सब में y से गुणा करने पर इस कथन को y[3{ $\frac{1}{2}(2x-3y)$-30}]द्वारा दर्शाएंगे, यहाँचिह्न [ ]को बड़ा कोष्ठक (Square bracket) कहते हैं।

आइये हम इन कोष्ठक युक्त व्यंजकों को सरल करने के तरीकों को उदाहरण द्वारा समझें।

उदाहरण 4:

$4x^3-[9x^2-\{-5x^3-(2-7x^2)+6x\}]$ को सरल कीजिए।

$= 4x^3-[9x^2-\{-5x^3-2+7x^2+6x\}]$

$=4x^3-[9x^2+5x^3+2-7x^2-6x]$

$= 4x^3-[5x^3+2x^2-6x+2]$

$=4x^3-5x^3-2x^2+6x-2$

$=-x^3-2x^2+6x-2$

टिप्पणी:प्राय: हम रेखा कोष्ठक एवं छोटे कोष्टक ( ) को सबसे अन्तर, फिर मझला कोष्ठक {} तथाअन्त में [ ] बड़ा कोष्ठक लगाते हैं।

- कोष्ठक खोलते समय यदि कोष्ठक के बाहर + का चिह्न होता है, तो कोष्ठक के भीतर के पदों के चिह्न नहीं बदलते हैं।
- यदि कोष्ठक के बाहर ऋण (-) का चिह्न हो, तो कोष्ठक खोलने पर उसके पदों के चिह्न बदल दिए जाते हैं।

- यदि किसी व्यंजक में एक से अधिक कोष्ठकों का प्रयोग हुआ हो, तो हम सबसे भीतर वाले कोष्ठक को पहले खोलते हैं और उसके भीतर के पदों को सरल कर लेते है। यही क्रिया सभी कोष्ठकों को हटाने तक करते हैं।
- दो या दो से अधिक कोष्ठकों के बीच यदि कोई चिह्न न हो तो वहाँगुणा का चिह्न मानते हैं।

प्रयास कीजिए

2x-[5y-{-3x+y(7-x)}]को सरल कीजिए।

अभ्यास 6(f)

1. निम्नांकित कथनों में कोष्ठकों का प्रयोग कीजिए:

(i) 3xतथा 4के योग में से 5yघटाइए।

(ii) 4pqमें 7rको जोड़ये तथा प्राप्त मान का आधा कीजिए।

(iii) 3 xyतथा 7yz के योग के तिहाई में $3z^2y$जोड़िए।

2. प्रत्येक प्रश्न के चार उत्तर दिए गये हैं। सही उत्तर को अपनी अभ्यास पुस्तिका में लिखिए:

(i) (5x+(2x-3)को सरल करने पर प्राप्त होता है:

(a)3-7x (b)3x-3 (c)7x+3 (d)7x-3

(ii) a-(b -2a)को सरल करने पर प्राप्त होता है:

(a)3a-b (b)3b-a (c) a-b (d)3a-b

(iii)(a+b+c)-(a+b-c) को सरल करने पर प्राप्त होता है:

(a)2a+2b (b)2c (c)2b+2a (d)2c-b

(iv) $-2x^2-(-x^2+4x)$को सरल करने पर प्राप्त होता है:

(a)$-x^2-4x$ (b)x^2-4x (c)$-x_2+4x$ (d)x^2+4x

3. निम्नांकित को सरल कीजिए:

(i)$(a^2+8ab+5)+(3ab-4a^2+8)$

(ii)$(x+y+z)-(x-y+z)$

(iii) $x^2+\{2x^2+(x^2-y^2)\}$

(iv) $2p-\{3q+(5p-q+2p)\}$

(v) $5xy+[3z-\{2x-(2z-3y)\}]$

(vi) $2x^2yz-[3x^2-\{2y-(x2yz-\overline{y^2+x^2)}\}]$

(vii)$a-[(a^2-5b)-2\{2a^2-(3c-2b)\}]$

4. निम्नांकित व्यंजकों में आन्तिम दो पदों को कोष्ठक में लिखकर पहले ऋण चिह्न इस प्रकार लगाइए कि व्यंजक का मान न बदले:

(i)$-p+r+x^2+q2-a^2$

(ii)$a+b+c-ab-bc-ca$

(iii)$3xy-5pq+3y^2-4x+7$

दक्षता अभ्यास 6

1. निम्नलिखित बीजीय व्यंजकों के सभी पद लिखिए:

(i)$3x-7y+9$

(ii) $2a^2+5a-3b^2$

2. निम्नांकित में के गुणांक बताइए:

(i)$3x$

(ii)$-a^2x$

(iii)$5xy^2$

(iv) $-pqx$

3. निम्नलिखित में सजातीय पदों को छाँटिए:

(i) $a^2, b^2, 3a^2, c^2$

(ii) $-3xy, yz, 7x, 2xy$

(iii)$czab^2, a^2bc, b^2ac, ab^2, acb^2$

(iv)$7m^2n, m^2n, -nm^2, m^2n^2, 7nm^2$

4. सरल कीजिए -

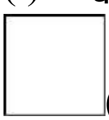
(i)$(x-2y)+(3y-x)-(3x-2y)$

(ii)$3mn^2-(5m^2n^2)+(-7mn^2)-(2m^2n^2)$

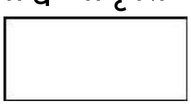
(iii)$15x-[8x^3+3x^2-\{8x^2-(4-2x-x^3)-5x^3\}-2x]$

5. दी गई आकृतियों का परिमाप ज्ञात कीजिए, यदि

(i) पार्श्व आकृति में वर्ग की भुजा दी गई है।

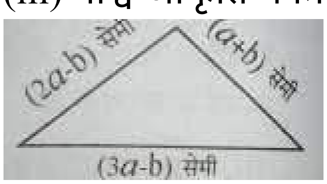

$(2a + 1)$ सेमी

(ii)पार्श्व आकृति में आयत की भुजायें दी हैं।


(4a-3b) सेमी

(3a-b)सेमी

(iii) पार्श्व आकृति में त्रिभुज की भुजायें दी हैं।



6. यदि a=-4, b=-2, c=-1,d=6 तो

$$\frac{(c^2-d^2)}{a+b+c}$$

का मान ज्ञात कीजिए।

7. यदि $A=7a^2+5ab-9b^2$, $B=-4a^2+ab+5b^2$, $C=4b^2-3a^2-6ab$ तो दिखाइए $A+B+C=0$

8. सरल कीजिए :

(i) 3**a**bc-2 **a**aaab^2-5 **a**bc+3 **a**b^2

(ii) $5x^2-2xy+3x^2+5xy-9x^2$

9. यदि a=2,b=1 तथा c=3 तो $(2a+4b-c)^3$ का मान ज्ञात कीजिए:

10. अपनी अभयास पुस्तिका में A समूह के व्यंजकों को सरल करने पर प्राप्त सही उत्तरों को समूह B में छाँटकर सुमेलित कीजिए:

समूह A	समूह B
(1) $(x+y)+(2x-3y)$	(i) $x^2-\frac{5}{3}y^2$
(2) $(x-y)-(x+y)$	(ii) $3x-2y$
(3) $x^2+2xy+y^2-(x^2+y^2-2xy)$	(iii) x^2+3y^2
(4) $2(x^2+y^2)-(x^2-y^2)$	(iv) $-2y$
(5) $(3x^2-y^2)-2(x^2+\frac{y^2}{3})$	(v) $4xy$

इस इकाई से हमने सीखा

1. कोई चर या अचर संख्या अथवा मौलिक गणितीय संक्रियाओं के चिह्नों से युक्त चर या अचर संख्याओं का समूह बीजीय व्यंजक कहलाता है।
2. कोई आंकिक संख्या अथवा अक्षर संख्या अथवा इनके गुणनफल या भागफल को पद कहते हैं।
3. किसी पद में अंकीय गुणनखंड शेष गुणनखंड का संख्यात्मक गुणांक तथा शेष गुणनखंड अंकीय गुणनखंड का बीजीय गुणनखंड कहलाता है।
4. जिन पदों में बीजीय गुणनखंड आपस में समान होते है, उन्हें सजातीय पद या समान पद कहते हैं, जबकि उनके संख्यात्मक गुणनखंड अलग अलग हो सकते हैं।
5. जिन पदों के बीजीय गुणनखंड आपस में समान नहीं होते, उन्हें विजातीय पद या असमान पद कहते हैं।
6. जिन व्यंजकों में एक पद होते हैं, उन्हें एक पदीय व्यंजक कहते हैं।

7. जिन व्यंजकों में दो पद होते हैं, उन्हें द्विपद या द्विपदीय व्यंजक कहते हैं।
8. जिन व्यंजकों में तीन पद होते हैं, उन्हें त्रिपदीय व्यंजक कहते हैं।
9. सजातीय पदों का योगफल अथवा अन्तर एक अन्य सजातीय पद होता है, जिसका संख्यात्मक गुणांक उनके पदों के संख्यात्मक गुणांकों के योग अथवा अन्तर से प्राप्त होता है।
10. चार प्रकार के कोष्ठकों का प्रयोग किया जाता है, रेखा कोष्ठक , छोटा कोष्ठक '( )' , मझला कोष्ठक '{}', बड़ा कोष्ठक '[ ]'।
11. कोष्ठक खोलते समय यदि कोष्ठक के पहले '+' का चिह्न होता है, तो कोष्ठक के भीतर के पदों के '+' और '- ' चिह्न नहीं बदलते हैं, किन्तु यदि कोष्ठक के बाहर '- 'का चिह्न हो, तो कोष्ठक के भीतर के '+' और '- 'चिह्न क्रमश: '- ' तथा '+' चिह्न में बदल जाते हैं।
12. यदि किसी व्यंजक में एक से अधिक कोष्ठकों का प्रयोग हुआ हो, तो हम सबसे भीतर वाले कोष्ठक को पहले खोलते है और उसके भीतर के पदों को सरल करते हैं। यही क्रिया सभी कोष्ठकों को हटाने तक करते हैं।
13. दो या दो से अधिक कोष्ठकों के बीच यदि कोई चिह्न न हो, तो वहाँगुणा का चिह्न मानते हैं।

उत्तरमाला

अभ्यास 6 (a)

1. $b=9$ पेंसिलेंò, 2. a^2, -3ab, -4, 3. 4ax,6 4. x^2,-3x,-7 5. 5a,-b, 6. xy^2, 7. 1, 8. -3, 9. xy^2, 10. (i) सत्य (ii) असत्य ।

अभ्यास 6 (b)

1. (i)($6x^2y$,$8x^2y$), (-6xyz,-7xyz) (ii) (-3pq,9pq), ($-5pq^2$,$4pq^2$) 2. (i), (iii),

अभ्यास 6 (c)

1. (i) एक, (ii) दो ,(iii) तीन, (iv) चार , 2. (i) असत्य , (ii)असत्य , (iii) सत्य , (iv)असत्य 3.(i)द्विपदीय, (ii)एकपदीय, (iii)त्रिपदीय, (iv)द्विपदीय , (v) त्रिपदीय, 4. त्रिपदीय, 5. (i)$3x-2y$ (ii) दो, (iii)द्विपदीय

अभ्यास 6 (d)

1. (i)10a, (ii) 10a- 5b, (iii)22 $x^2-2a-3b$,(iv) 4 x^2+y^2, 2.(i) $3x^2+4y^2+x-3x$, (ii) $6x$, (iii) $2a^2$, 3. (a) (ii), (b) (iii), 4. $1+3x-2y+4z$, 5. $a+2b$, 6. $x+3y$, 7

$5y^2 + 5xy - 8z - 2x + 2y$., 8. (i) मासिक खर्च $3x^2 + 7y + 4x$, (ii) मासिक बचत - $8x^2 + 5x - 7y$ ।

अभ्यास 6 (e)

1. (i)10, (ii)11, (iii)63, (iv)98, (v) 5145, 2. (a) ii, (b) i,(c) iii, 3. लम्बाई 11 सेमी,चौड़ाई 9 सेमी,
4. 9 सेमी, 13 सेमी, 11 सेमी , 5. 1; 6. -14

अभ्यास 6 (f)

1. (i) $(3x+4z)-5y$, (ii) $\frac{(4pq+7r)}{2}$, (iii) $\frac{(3xy+7yz)}{3}+3z^2y$, 2. (i) d, (ii) d, (iii) b, (iv) a, 3. (i) $-3a^2 + 11ab + 13$, (ii) 2y, (iii) $4x^2-y^2$ (iv) (-5p -2q), (v) -2x-3y+5z+5xy, (vi) $x^2yz - 2x^2 + y^2 + 2y$, (vii) $3a^2 + a + 9b - 6c$, 4. (i) $-p+r+x^2-(-q^2+a^2)$, (ii) ,a+b+c-ab-(bc+ca), (iii) $3xy-5pq+3y^2-(4x-7)$

दक्षता अभ्यास 6

1. (i) $3x, -7y, 9$, (ii) $2a^2, 5a, -3b^2$, 2.(i) 3, (ii) $-a^2$, (iii) $5y^2$, (iv) $-n$, 3. (i) a^2, $3a^2$, (ii) $-3y, 2y$, (iii) cab^2, b^2a, acb^2, (iv) $7m^2n, m^2n, -m^2, 7m^2$, 4. (i) $-3x+3y$, (ii) $-7m^2n^2-4m^2$, (iii) $-12x^3+5x^2+19x-4$, 5. (i)28 सेमी, (ii) 26 सेमी, (iii) 16 सेमी, 6. 5, 8.(i) ab^2-2abc (ii). $-x^2+3x$ 9. 125, 10. 1. → (ii), 2.→ (iv), 3.→ (iv),
4.→ (iii), 5.→ (i)